ТРЕБОВАНИЯ К ОСВОЕНИЮ КУРСА

Студент должен уметь излагать следующие вопросы лекционной части курса:

1. Статистическое усреднение. Флуктуации аддитивных величин. Статистическая независимость макроскопических систем. Статистический ансамбль.
2. Зависимость функции распределения от макроскопического состояния окружающей среды. Внешние силовые параметры. Концепция теплообмена. Термодинамические потенциалы.
3. Распределения Гиббса для классических макроскопических систем.
4. Классический идеальный одноатомный газ. Распределение Максвелла-Больцмана.
5. Алгоритм описания равновесного состояния классических макроскопических систем посредством вычисления статистического интеграла.
6. Статистическое описание с позиций квантовой механики. Вероятность микросостояния. Статистическое усреднение в квантовых системах.
7. Распределения Гиббса для квантовых макроскопических систем.
8. Алгоритм описания равновесного состояния квантовых макроскопических систем посредством вычисления статистической суммы.
9. Квантовые статистики идеальных газов тождественных частиц. Распределение Ферми-Дирака. Распределение Бозе-Эйнштейна.
10. Плотность одночастичных стационарных состояний. Вычисление термодинамических величин с помощью плотности одночастичных стационарных состояний.
11. Кинетическая теория переноса Больцмана.
12. Экстремальные свойства термодинамических потенциалов. Фазовые переходы первого рода
13. Фазовые переходы второго рода. Теория Ландау фазовых переходов.

На практических занятиях студенту рекомендуется научиться:

I. Распределение Максвелла-Больцмана, распределение Максвелла и распределение Больцмана по координатам.

I.1) Дать определение вероятности. Сформулировать теоремы о сложении и умножении вероятностей. Уметь написать выражение для среднего значения случайной величины через вероятность (плотность вероятности) этих значений.

I.2) Уметь написать функцию распределения Максвелла-Больцмана, распределения Максвелла и распределение Больцмана по координатам. Объяснить физический смысл этих функций распределения. Сформулировать условия применимости распределения Максвелла-Больцмана.

I.3) Уметь переходить от распределения Максвелла по импульсу к распределению Максвелла по скорости, проекции скорости, модулю скорости и кинетической энергии. Уметь вычислять с помощью распределения Максвелла средние кинетические характеристики частицы идеального газа. Уметь найти по распределению случайной величины и ее наиболее вероятное значение. Понимать, что наиболее вероятное значение не совпадает со средним. Понимать, что наиболее вероятное и среднее значение – это физически разные характеристики. Объяснить это различие.

I.4) Уметь найти пространственную зависимость концентрации частиц идеального газа во внешнем потенциальном поле.

I.5) Уметь получить из распределения Гиббса распределение Максвелла-Больцмана, а затем из него распределение Максвелла и распределение Больцмана по координатам.

II. Вычисление потоков частиц в классическом идеальном газе.

II.1) Понимать физический смысл потока и плотности потока величины / частиц.

II.2) Уметь записать плотность потока частиц через одночастичную функцию распределения.

III. Описание равновесного состояния классического идеального газа простых частиц (материальных точек) методом статистического интеграла.

III.1) Формулировать суть метода статистического интеграла.

III.2) Применять метод статистического интеграла для идеального газа простых частиц. В особенности, обратить внимание на то, как записать статистический интеграл идеального газа в виде произведения интегралов по механическому состоянию одной частицы.

III.3) Формулировать закон распределения тепловой энергии kT по степеням свободы.

IV) Метод статистической суммы для газа из невзаимодействующих объектов со сложным внутренним устройством. Иллюстрация вычисления статистического интеграла при задании механической системы недекартовыми обобщенными координатами и сопряженными с ними импульсами.

IV.1) Понимать принцип разделения движения составного объекта на движение центра масс и движения в его системе центра масс.

IV.2) Формулировать понятие обобщенных координат и сопряженных с ними импульсов. Уметь находить обобщенные импульсы, сопряженные с обобщенными координатами. Уметь записать функцию Гамильтона в недекартовых обобщенных координатах.

IV.3) Записать функцию распределения Гиббса и статистический интеграл через недекартовы обобщенные координаты и импульсы. Понимать, что результат расчета наблюдаемых величин не зависит от выбора набора обобщенных координат.

IV.4) Формулировать общий принцип написания выражений внутренних термодинамических характеристик через производные термодинамического потенциала по внешним силовым параметрам. Проиллюстрировать этот принцип на примере выражения для поляризации через производную свободной энергии Гельмгольца по напряженности приложенного электрического поля.

V) Иллюстрация учета взаимодействия между объектами в приближении среднего поля.

V.1) понимать идею среднего поля.

VI) Понятие флуктуации. Метод статистического ансамбля.

VI.1) Знать, что такое среднеквадратичное отклонение и относительная флуктуация случайной величины. Понимать, что характеризуют среднеквадратичное отклонение и флуктуация. Объяснить, почему не достаточно абсолютной флуктуации и нужно указывать относительную флуктуацию. Уметь выразить среднеквадратичное отклонение величины через среднее значение ее квадрата и квадрат среднего значения.

VI.2) Формулировать метод статистического ансамбля. Продемонстрировать его применения на примере задачи со случайными колебаниями маятника.

VII) Метод статистической суммы для описания квантовой системы с независимыми степенями свободы. Иллюстрация идеи введения квазичастиц.

VII.1) Формулировать метод статистической суммы для квантовых систем.

VII.2) Понимать, что за счет “удачного” выбора обобщенных координат сложная система из взаимодействующих частиц при определенных условиях может сводиться к системе с независимыми степенями свободы.

VII.3) Применять метод статистической суммы для системы с независимыми степенями свободы. В особенности, обратить внимание на запись статистической суммы системы в виде произведения “стат сумм” для одной степени свободы.

VII.4) Понимать переход к рассмотрению газа квазичастиц – фононов.

VIII) Запись термодинамических величин через плотность числа мод равновесного теплового излучения.

VIII.1) Понимать процедуру квантования в ящике и условия ее применимости.

VIII.2) Понимать физический смысл плотности числа мод. Уметь ее вычислять.

VIII.3) Уметь записать термодинамический потенциал через плотность числа мод.

VIII.4) Иметь представление о электромагнитном излучении как о фотонном газе.

IX) Вырожденный идеальный бозе-газ частиц с отличной от нуля массой покоя.

IX.1) Понимать, чем физически отличаются фермионы от бозонов. Воспроизводить структуру волновой функции идеального газа тождественных фермионов и бозонов через волновые функции одночастичных стационарных состояний. Понимать, что стационарное состояние идеального газа тождественных частиц полным образом задается указанием чисел заполнения одночастичных стационарных состояний. Знать, что для фермионов числа заполнения одночастичных состояний ограничены принципом Паули, тогда как для бозонов нет фундаметнального ограничения для числа частиц в одном состоянии.

IX.2) Понимать и формулировать различие основного состояния идеального бозе и ферми-газа.

IX.3) Объяснить суть явления бозе-конденсации – появление макроскопически большого числа частиц в основном состоянии (с нулевым импульсом). Понимать, что при определенных условиях может возникать сверхтекучесть бозе-конденсата.

IX.4) Объяснить, что такое температура бозе-конденсации. Объяснить различие в распределении бозонов по одночастичным состояниям выше и ниже температуры бозе-конденсации.

IX.5) Понимать, что сложные бозоны могут состоять из фермионов. Пример – куперовские пары.

IX.6) Написать распределение Бозе-Эйнштейна – число частиц в одночастичном стационарном состоянии. Написать выражение для среднего числа бозонов на уровне энергии в случае вырождения уровня.

IX.7) Понимать суть и условия применимости процедуры “квантования в ящике”.

Объяснить переход от суммирования по волновому вектору (импульсу) к интегрированию. Объяснить, почему в бозе-газе нужно проявлять осторожность при переходе от суммы к интегралу.

IX.8) Знать, что химический потенциал бозе-газа всегда лежит ниже основного одночастичного состояния для частиц с отличной от нуля массой покоя, а для частиц (квазичастиц) с нулевой массой покоя он равен нулю.

IX.9) Написать выражения для термодинамического потенциала идеального бозе-газа. С помощью этого выражения найти выражения для внутренней энергии и числа частиц в системе через одночастичный спектр.

X) Вырожденный ферми-газ.

X.1) Написать распределение Ферми-Дирака – среднее число частиц в одночастичном стационарном состоянии. Знать, что оно совпадает с вероятностью того, что в состоянии есть фермион. Написать среднее число фермионов на уровне энергии в случае, когда уровень энергии вырожден.

X.2) Объяснить структуру состояния ферми-газа при основном нуле температуры. Написать (нарисовать) функцию Ферми при абсолютном нуле температуры.

X.3) Объяснить, что происходит, когда температура становится отличной от нуля. Рассказать, как распределены частицы по одночастичным состояниям в наиболее вероятных микросостояниях. Нарисовать функцию Ферми при конечной температуре. Объяснить какой энергетический масштаб имеет размытие фермиевской ступеньки.

Объяснить, что такое вырожденный ферми-газ. Сказать, какой знак имеет уровень Ферми в вырожденном электронном газе, как величина химического потенциала соотносится с тепловой энергией kT. Объяснить, что такое невырожденный электронный газ, какой знак имеет уровень Ферми и как его абсолютная величина соотносится с kT.

Понимать, что переход к распределению Больцмана (сильно невырожденному газу) может происходить как за счет исчезновения квантовых эффектов (например, при нагревании), так и с сохранением квантовых эффектов за счет попадания уровня Ферми в запрещенную зону полупроводника.

X.4) Написать термодинамический потенциал идеального ферми-газа. С его помощью получить выражения для внутренней энергии и среднего числа частиц в системе.

X.5) Дать определение плотности одночастичных стационарных состояний и объяснить ее физический смысл. Записать плотность состояний через сумму дельта-функций Дирака.

X.6) Записать термодинамический потенциал через плотность отдночастичных стационарных состояний. Понимать, что особенности в плотности состояний могут проявляться в наблюдаемых термодинамических величинах (как пример, эффекты серии де Гааза – осцилляции термодинамических величин в магнитном поле из-за корневых особенностей в одночастичной плотности состояний).

X.7) Уметь вычислять одночастичную плотность состояний для систем с квазинепрерывным одночастичным спектром.

X.8) Уметь выразить термодинамический потенциал через внутреннюю энергию для систем со степенным одночастичным законом дисперсии.

X.9) Понимать основную идею вычисления термодинамического потенциала, уровня Ферми, внутренней энергии и получения уравнения состояния для вырожденного электронного газа (метод Зоммерфельда).

XI. Вычисление потоков частиц в иделальном ферми-газе.

XI) Уметь записать плотность потока фермионов через функцию Ферми.